

Kant, Immanuel

[1763] Versuch, den Begriff der negativen Größen in die Weltweisheit einzuführen. In: ders., Werkausgabe Bd. II, hg. v. W. Weischedel, Frankfurt/M.: Suhrkamp, 1977: 779–819

<http://www.zeno.org/Philosophie/M/Kant,+Immanuel/Versuch+den+Begriff+der+negativen+Größen+in+die+Weltweisheit+einzuführen/Erster+Abschnitt.+Erläuterung+des+Begriffes+von+den+negativen+Größen+überhaupt>

Erster Abschnitt.

Erläuterung des Begriffes von den negativen Größen überhaupt

[783] Einander entgegengesetzt ist: wovon eines dasjenige aufhebt, was durch das andre gesetzt ist. Diese Entgegensetzung ist zwiefach; entweder *logisch* durch den Widerspruch, oder *real*, d.i. ohne Widerspruch.

Die erste Opposition, nämlich die logische, ist diejenige, worauf man bis daher einzig und allein sein Augenmerk gerichtet hat. Sie bestehet darin: daß von eben demselben Dinge etwas zugleich bejahet und verneinet wird. Die Folge dieser logischen Verknüpfung ist *gar nichts* (nihil negativum, irrepraesentabile), wie der Satz des Widerspruchs es aussagt. Ein Körper in Bewegung ist etwas, ein Körper, der nicht in Bewegung ist, ist auch etwas (cogitabile); allein ein Körper, der in Bewegung und in eben demselben Verstande zugleich nicht in Bewegung wäre, ist gar nichts.

Die zweite Opposition, nämlich die reale, ist diejenige: da zwei Prädikate eines Dinges entgegengesetzt sein, aber nicht durch den Satz des Widerspruchs. Es hebt hier auch eins dasjenige auf, was durch das andere gesetzt ist; allein die Folge ist etwas (cogitabile). Bewegkraft eines Körpers nach einer Gegend und eine gleiche Bestrebung eben desselben in entgegengesetzter Richtung widersprechen einander nicht, und sind als Prädikate in einem Körper zugleich möglich. Die Folge davon ist die Ruhe, welche etwas (repraesentabile) ist. Es ist dieses gleichwohl eine wahre Entgegensetzung. Denn was durch die eine Tendenz, wenn sie allein wäre, gesetzt wird, wird durch die andere aufgehoben, und beide Tendenzen sind wahrhafte Prädikate eines und eben desselben Dinges, die ihm zugleich zukommen. Die Folge davon ist auch nichts, aber in einem andern Verstande wie beim Widerspruch (nihil privativum, repraesentabile). Wir wollen dieses Nichts künftighin Zero = 0 nennen, und es ist dessen Bedeutung mit der von einer Verneinung (negatio), Mangel, Abwesenheit, die sonst bei Weltweisen im [783] Gebrauch sind, einerlei, nur mit einer näheren Bestimmung, die weiter unten vorkommen wird.

Bei der logischen Repugnanz wird nur auf diejenige Beziehung gesehen, dadurch die Prädikate eines Dinges einander und ihre Folgen durch den Widerspruch aufheben. Welches von beiden wahrhaftig bejahend (realitas) und welches wahrhaftig verneinend (negatio) sei, darauf hat man hiebei gar nicht acht. Z. E. Finster und nicht finster in einerlei Verstande zugleich sein ist in eben demselben Subjekte ein Widerspruch. Das erstere Prädikat ist logisch bejahend, das andere logisch verneinend, obgleich jenes im metaphysischen Verstande eine Negation ist. Die Realrepugnanz beruht auch auf einer Beziehung zweier Prädikate eben desselben Dinges gegen einander; aber diese ist von ganz anderer Art. Durch eines derselben ist dasjenige nicht verneinet, was durch das andre bejaht ist, denn dieses ist unmöglich, sondern beide Prädikate A und B sind bejahend; nur da von jeden besonders die

Folgen a und b sein würden, so ist durch beide zusammen in einem Subjekt nicht eins, auch nicht das andre, also ist die Folge Zero. Setzet, jemand habe die Aktivschuld $A = 100$ Rthlr. gegen einen andern, so ist dieses ein Grund einer eben so großen Einnahme. Es habe aber eben derselbe auch eine Passivschuld $B = 100$ Rthlr., so ist dieses ein Grund, so viel wegzugeben. Beide Schulden zusammen sind ein Grund vom Zero, d.i. weder Geld zu geben noch zu bekommen. Man siehet leicht ein: daß dieses Zero ein verhältnismäßiges Nichts sei, indem nämlich nur eine gewisse Folge nicht ist, wie in diesem Falle ein gewisses Kapital und in dem oben angeführten eine gewisse Bewegung nicht ist; dagegen ist bei der Aufhebung durch den Widerspruch schlechthin nichts. Demnach kann das nihil negativum nicht durch $\text{Zero} = 0$ ausgedrückt werden, denn dieses enthält keinen Widerspruch. Es läßt sich denken, daß eine gewisse Bewegung nicht sei, daß sie aber zugleich sei und nicht sei, läßt sich gar nicht denken.

Die Mathematiker bedienen sich nun der Begriffe dieser realen Entgegensetzung bei ihren Größen, und, um solche anzuzeigen, bezeichnen sie dieselbe mit + und –. Da eine [\[784\]](#) jede solche Entgegensetzung gegenseitig ist, so siehet man leicht, daß eine die andere entweder ganz oder zum Teil aufhebe, ohne daß desfalls diejenigen vor denen + stehet von denen vor die – steht unterschieden sein. Ein Schiffeise von Portugal aus nach Brasilien. Man bezeichne alle die Strecken, die es mit dem Morgenwinde tut, mit + und die, so es durch den Abendwind zurücklegt, mit –. Die Zahlen selbst sollen Meilen bedeuten. So ist die Fahrt in sieben Tagen $+ 12 + 7 - 3 - 5 + 8 = 19$ Meilen, die es nach Westen gekommen ist. Diejenige Größen vor denen – steht haben dieses nur als ein Zeichen der Entgegensetzung, in so ferne sie mit denen, die + vor sich haben, zusammen genommen werden sollen; stehen sie aber mit denen, vor welchen auch – ist, in Verbindung, so findet hier keine Entgegensetzung mehr statt, weil diese ein Gegenverhältnis ist, welches nur zwischen + und – angetroffen wird. Und da die Subtraktion ein Aufheben ist, welches geschieht, wenn entgegengesetzte Größen zusammen genommen werden, so ist klar: daß das – eigentlich nicht ein Zeichen der Subtraktion sein könne, wie es gemeiniglich vorgestellet wird, sondern daß + und – zusammen nur allererst eine Abziehung bezeichnen. Daher $- 4 - 5 = -9$ gar keine Subtraktion war, sondern eine wirkliche Vermehrung und Zusammentuung von Größen einerlei Art. Aber $+ 9 - 5 = 4$ bedeutet eine Abziehung, indem die Zeichen der Entgegensetzung andeuten, daß die eine in der andern, so viel ihr gleich ist, aufhebe. Eben so bedeutet das Zeichen + vor sich allein eigentlich keine Addition, sondern nur in so ferne die Größe, davor es steht, mit einer andern, davor auch + steht, oder gedacht wird, soll verbunden werden. Soll sie aber mit einer davor – steht zusammen genommen werden, so kann dieses nicht anders als vermittelt der Entgegensetzung geschehen, und da bedeutet das Zeichen + so wohl als das – eine Subtraktion, nämlich daß eine Größe in der andern, so viel ihr gleich ist, aufhebe, wie $- 9 + 4 = - 5$. Um deswillen bedeutet das Zeichen -, in dem Falle $- 9 - 4 = - 13$, keine Subtraktion, sondern eben sowohl eine Addition, wie das Zeichen + im Exempel $+ 9 + 4 = + 13$. Denn überhaupt, so [\[785\]](#) ferne die Zeichen einerlei sein, so müssen die bezeichnete Sachen schlechthin summiert werden, in so ferne sie aber verschieden sein, können sie nur durch eine Entgegensetzung, d.i. vermittelt der Subtraktion zusammen genommen werden. Demnach dienen diese zwei Zeichen in der Größenwissenschaft nur, um diejenige zu unterscheiden, die einander

entgegengesetzt sind, das ist, die einander in der Zusammennehmung ganz oder zum Teil aufheben; damit man erstlich dieses Gegenverhältnis daraus erkenne, und zweitens, nachdem man eine von der andern abgezogen hat, von der sie sich hat abziehen lassen, man wissen könne, zu welcher beiderlei Größen das Fazit gehöre. So würde man in dem vorher erwähnten Falle einerlei herausbekommen, wenn der Gang mit dem Ostwinde durch - , und die Fahrt mit dem Westwinde durch + wäre bezeichnet worden, nur daß das Fazit alsdenn – zum Zeichen gehabt hätte.

Hieraus entspringet der mathematische Begriff der *negativen Größen*. Eine Größe ist in Ansehung einer andern negativ, in so ferne sie mit ihr nicht anders als durch die Entgegensetzung kann zusammen genommen werden, nämlich so, daß eine in der andern, so viel ihr gleich ist, aufhebt. Dieses ist nun freilich wohl ein Gegenverhältnis, und Größen, die einander so entgegen gesetzt sein, heben gegenseitig von einander ein Gleiches auf, so daß man also eigentlich keine Größe schlechthin negativ nennen kann, sondern sagen muß, daß + a und – a eines die negative Größe der andern sei: allein, da dieses immer im Sinne kann hinzugedacht werden, so haben die Mathematiker einmal den Gebrauch angenommen, die Größen vor die das – steht negative Größen zu nennen, wobei man gleichwohl nicht aus der Acht lassen muß, daß diese Benennung nicht eine besondere Art Dinge ihrer inneren Beschaffenheit nach, sondern dieses Gegenverhältnis anzeige, mit gewissen andern Dingen, die durch + bezeichnet werden, in einer Entgegensetzung zusammen genommen zu werden.

Damit wir aus diesem Begriffe dasjenige, was eigentlich der Gegenstand vor die Philosophie ist, herausnehmen, ohne besonders auf die Größe zu sehen, so bemerken wir zuerst,^[786] daß in ihm die Entgegensetzung enthalten sei, welche wir oben die reale genannt haben. Es sein + 8 Kapitalien, – 8 Passivschulden, so widerspricht es sich nicht, daß beide einer Person zukommen. Indessen hebt die eine ein Gleiches auf, das durch die andre gesetzt war, und die Folge ist Zero. Ich werde demnach die Schulden negative Kapitalien nennen. Hierunter aber werde ich nicht verstehen, daß sie Negationen oder bloße Verneinungen von Kapitalien wären; denn alsdenn hätten sie selber zum Zeichen das Zero, und dieses Kapital und Schulden zusammen würden den Wert des Besitzes geben $8 + 0 = 8$, welches falsch ist; sondern daß die Schulden positive Gründe der Verminderung der Kapitalien sein. Da nun diese ganze Benennung jederzeit nur das Verhältnis gewisser Dinge gegen einander anzeigt, ohne welches dieser Begriff sogleich aufhört, so würde es ungereimt sein, darum eine besondere Art von Dingen sich zu gedenken, und sie negative Dinge zu nennen, denn selbst der Ausdruck der Mathematiker der negativen Größen ist nicht genau genug. Denn negative Dinge würden überhaupt Verneinungen (negationes) bedeuten, welches aber gar nicht der Begriff ist, den wir festsetzen wollen. Es ist vielmehr genug, daß wir die Gegenverhältnisse schon erklärt haben, die diesen ganzen Begriff ausmachen und die in der Realopposition bestehen. Um indessen sogleich in den Ausdrücken zu erkennen zu geben, daß das eine der Entgegengesetzten nicht das kontradiktorische Gegenteil des andern, und, wenn dieses etwas Positives ist, daß jenes nicht eine bloße Verneinung desselben sei, sondern, wie wir bald sehen werden, als etwas Bejahendes ihm entgegengesetzt sei: so werden wir, nach der Methode der Mathematiker, das Untergehen ein negatives Aufgehen, Fallen ein negatives Steigen, Zurückgehen ein negatives Fortkommen nennen, damit zugleich aus dem Ausdrucke erhelle, daß z. E. Fallen nicht bloß vom Steigen so unterschieden sei wie non a und a, sondern eben so positiv

sei als das Steigen, nur mit ihm in Verbindung allererst den Grund von einer Verneinung enthalte. Es ist nun freilich klar: daß ich, da es alles hier auf das Gegenverhältnis ankommt, eben so wohl das Untergehen ein negatives Aufgehen,^[787] wie das Aufgehen ein negatives Untergehen nennen kann, imgleichen sind Kapitalien eben so wohl negative Schulden, wie diese negative Kapitalien sein. Allein es ist etwas wohlgereimter, demjenigen, worauf in jeden Falle die Absicht vorzüglich gerichtet ist, den Namen des *Negativen* beizufügen, wenn man sein reales Gegenteil bezeichnen will. Z. E. So ist es etwas schicklicher, Schulden negative Kapitalien, als sie umgekehrt zu nennen, ob zwar in dem Gegenverhältnis selbst kein Unterschied liegt, sondern in der Beziehung, die das Resultat dieses Gegenverhältnisses auf die übrige Absicht hat. Ich erinnere nur noch, daß ich bisweilen mich des Ausdrucks bedienen werde, daß ein Ding die *Negative* (Sache) von dem andern sei. Z. E. Die Negative des Aufgehens ist das Untergehen, wodurch ich nicht eine Negation des andern, sondern etwas, was in einer Realentgegensetzung mit dem andern steht, will verstanden wissen.

Bei dieser Realentgegensetzung ist folgender Satz als eine *Grundregel* zu bemerken. Die Realrepugnanz findet nur statt, in so ferne zwei Dinge als *positive Gründe* eins die Folge des andere aufhebt. Es sei Bewegkraft ein positiver Grund: so kann ein realer Widerstreit nur statt finden, in so ferne eine andere Bewegkraft mit ihr in Verknüpfung sich gegenseitig die Folge aufheben. Zum allgemeinen Beweise dient Folgendes. Die einander widerstreitende Bestimmungen müssen *erstlich* in eben demselben Subjekte angetroffen werden. Denn gesetzt, es sei eine Bestimmung in einem Dinge und eine andre, welche man will, in einem andern, so entspringet daraus keine wirkliche Entgegensetzung.⁴ *Zweitens*, es kann eins der opponierten Bestimmungen bei einer Realentgegensetzung nicht das kontradiktorische Gegenteil der andern sein; denn alsdenn wäre der Widerstreit logisch und wie oben gewiesen worden unmöglich. *Drittens*, es kann eine Bestimmung nicht etwas anders verneinen, als was durch die andre gesetzt ist; denn darin liegt gar keine Entgegensetzung. *Viertens*, sie können, in so^[788]ferne sie einander widerstreiten, nicht alle beide verneinend sei, denn alsdenn wird durch keine etwas gesetzt, was durch die andre aufgehoben würde. Demnach müssen in jeder Realentgegensetzung die Prädikate alle beide positiv sein, doch so, daß in der Verknüpfung sich die Folgen in demselben Subjekte gegenseitig aufheben. Auf solche Weise sind Dinge, deren eins als die Negative des andern betrachtet wird, beide vor sich betrachtet positiv, allein, in einem Subjekte verbunden, ist die Folge davon das Zero. Die Fahrt gegen Abend ist eben so wohl eine positive Bewegung, als die gegen Morgen, nur in eben demselben Schiffe heben sich die dadurch zurückgelegte Wege einander ganz oder zum Teil auf.

Hiedurch will ich nun nicht gemeint haben, als ob diese einander realentgegengesetzte Dinge nicht übrigens viel Verneinungen in sich schlössen. Ein Schiff, das nach Westen bewegt wird, bewegt sich alsdenn nicht nach Osten oder Süden, etc. etc., es ist auch nicht in allen Orten zugleich. Viele Negationen, die seiner Bewegung ankleben. Allein dasjenige, was in der östlichen so wohl als westlichen Bewegung bei allen diesen Verneinungen noch Positives ist, dieses ist das einzige, was einander real widerstreiten kann und wovon die Folge Zero ist.

Man kann eben dieses durch allgemeine Zeichen auf folgende Art erläutern. Alle wahrhafte Verneinungen, die mithin möglich sein (denn die Verneinung eben desselben, was in dem Subjekt

zugleich gesetzt ist, ist unmöglich), können durch das Zero = 0 ausgedrückt werden und die Bejahung durch ein jegliches positives Zeichen; die Verknüpfung aber in demselben Subjekte durch + oder –. Hier erkennt man, daß $A + 0 = A$, $A - 0 = A$, $0 + 0 = 0$, $0 - 0 = 0$ ⁵ insgesamt^[789] keine Entgegensetzungen sind und daß in keinem etwas, was gesetzt war, aufgehoben wird. Imgleichen ist $A + A$ keine Aufhebung und es bleibt kein Fall übrig als dieser, $A - A = 0$, d.i. daß von Dingen, deren eines die Negative des andern ist, beide A und also wahrhaftig positiv sein, doch so, daß eines dasjenige aufhebt, was durchs andre gesetzt ist, welches hier durch Zeichen – angedeutet wird.

Die *zweite Regel*, welche eigentlich die umgekehrte der ersten ist, lautet also: Allenthalben, wo ein positiver Grund ist und die Folge ist gleichwohl Zero, da ist eine Realentgegensetzung, d.i. dieser Grund ist mit einem andern positiven Grunde in Verknüpfung, welcher die Negative des ersteren ist. Wenn ein Schiff im freien Meer wirklich durch Morgenwind getrieben wird, und es kommt nicht von der Stelle, wenigstens nicht so viel, als der Wind dazu Grund enthält, so muß ein Seestrom ihm entgegentreiben. Dieses will im allgemeinen Verstande so viel sagen: daß die Aufhebung der Folge eines positiven Grundes jederzeit auch einen positiven Grund erheische. Es sei ein beliebiger Grund zu einer Folge b, so kann niemals die Folge 0 sein, als in so ferne ein Grund zu – b, d.i. zu etwas wahrhaftig Positivem da ist, welches dem ersten entgegengesetzt ist; $b - b = 0$. Wenn jemand Verlassenschaft 10000 Rthl. Kapital enthält, so kann die ganze Erbschaft nicht bloß 6000 Rthl. ausmachen, außer in so ferne $10000 - 4000 = 6000$ ist, das ist, in so ferne vier tausend Taler Schulden oder anderer Aufwand damit verbunden ist. Das Folgende wird zur Erläuterung dieser Gesetze viel beitragen.

Ich mache zu dieser Abteilung noch folgende Anmerkung als zum Beschlusse. Die Verneinung, in so ferne sie die Folge einer realen Entgegensetzung ist, will ich *Beraubung* (privatio) nennen; eine jede Verneinung aber, in so ferne sie nicht aus dieser Art von Repugnanz entspringt, soll hier ein *Mangel* (defectus, absentia) heißen. Die letztere erfordert keinen positiven Grund, sondern nur den Mangel desselben; die erstere aber hat einen wahren Grund der Position und einen eben so großen entgegengesetzten. Ruhe ist in^[790] einen Körper entweder bloß ein Mangel, d.i. eine Verneinung der Bewegung, in so ferne keine Bewegkraft da ist; oder eine Beraubung, in so ferne wohl Bewegkraft anzutreffen, aber die Folge, nämlich die Bewegung, durch eine entgegengesetzte Kraft aufgehoben wird.